

Acerca del concepto de *Inward Number*

Godofredo Iommi Amunátegui
Instituto de Física
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
giommi@ucv.cl

Resumen

Este artículo propone una lectura de la obra de Shaftesbury basada en la tríada Belleza-Entusiasmo-Meditación. Asimismo indica la relevancia de la idea de Número Interior y estudia su presencia en ciertos trabajos científicos.

Abstract

The present work outlines a lecture of The Characteristics based on three main ideas: Beauty, Enthusiasm and Meditation. The importance of the so-called “Inward Number” is considered as well and its relevancy is pointed out by means of some illustrative cases.

Hace casi tres siglos Shaftesbury puso punto final a sus escritos. Desde entonces la elegancia, el resplandor de ciertas fórmulas verbales y la profundidad del argumento interpelan al lector desprevenido. Diríase que pensamiento y expresión proceden de una misma fuente. Infinitos matices impiden disociar la pura especulación, la ética y la estética. El pensador inglés no pertenece a ningún sistema: “... for the Philosopher the most ingenious way of becoming foolish is by a system”¹.

Esta disquisición se escinde en dos partes de diversa envergadura. En primer término expone el sentido y el alcance de tres vocablos primordiales en *The Characteristics*: Belleza, Entusiasmo y Meditación. A nuestro parecer todos los asertos e ideas allí desplegados provienen de combinaciones o de variaciones de esta tríada elemental. Luego, mediante una suerte de restricción del campo visual, considera ciertos resultados matemáticos para dilucidar el concepto de Número Interior, *in situ*, si decir se puede.

Esta sección presenta una descripción -casi literal- de las claves teóricas propuestas cuya complejidad es perceptible al trasluz de tal nomenclatura.

- (i) La Meditación: la capacidad de engendrar conceptos generales no se limita a las cosas externas pues todo aquello acerca de lo cual la mente reflexiona se convierte en objeto. El estudio de los afectos indica el camino hacia la naturaleza humana. El pensamiento hace de cada cual un conocedor del propio corazón. El hábito de la especulación es un espejo que refleja el alma. Así cada uno se desdobra. Esta íntima dualidad es manera de aproximarse a la sabiduría. De hecho, el “conócete a ti mismo” del oráculo se convierte en “divídete a ti mismo”. Acto que origina la conversación consigo, atenta y enamorada. Mas nuestros pensamientos se despliegan en *an obscure, implicit Language*. ¿Cómo dar voz y acento a esa lengua interior? El filósofo, en gesta solemne

y profunda, *-la meditación-*, inventa un método de traducción y crea *a vocal looking-glass*. En esta instancia, la filosofía discierne y deslinda su dominio².

(ii) El entusiasmo: la carencia de razón y de pensamiento ajustado extravía al entendimiento y suele provocar una especie de entusiasmo melancólico que florece en las sectas de toda índole, ajeno *-de suyo-* a la libertad. Pero existe otro tipo de entusiasmo, ínsito en la Armonía, en el Número y en la Belleza que cautiva al corazón y eleva la imaginación hacia lo majestuoso y lo divino. Tal entusiasmo es un poder que nos impulsa por encima de nosotros mismos, una fuerza sin la cual el mundo sería tediosa circunstancia y la vida apenas pasatiempo. El entusiasmo, entonces, es un ímpetu que sustenta el Amor y que da curso a la admiración ante cualquier forma u obra hermosa³.

(iii) La Belleza: mucho tiempo y arduo trabajo se requieren para adquirir el sentido en virtud del cual adviene la belleza. Ninguna cosa *-ni metal ni piedra ni materia alguna-* es bella de por sí. Nunca el cuerpo es causa de belleza. Menester es crearla mediante un acto que confiera vida: el arte es belleza. La Mente *-que ordena, regula y da forma-* es principio de belleza: *All that is void of Mind is horrid*⁴.

La filosofía es cuidado y amor del Número interior y de la simetría. Gracias a ella es dable poseer un gusto por aquella belleza interna que sustenta a la belleza externa. El arte embellece, en consecuencia la belleza es poder de dar belleza: *The beautifying, not the beautify'd, is the really beautiful*. Esta axioma determina una jerarquía de grados de belleza:

- Los cuerpos y los materiales de la obra de arte son formas “embellecidas” pero incapaces de dar forma; en tal sentido son *dead forms*.
- Por sobre estas formas “embellecidas” están las formas que dan forma: *the forming forms*. Estas formas corresponden a las mentes finitas.
- La belleza más perfecta pertenece a Dios, única forma que otorga forma a otras formas capaces, a su vez, de crear *forming forms*.

Mientras más alto se ubique en esta escala, mayor será la realidad de la belleza. Este atisbo sugiere que toda belleza participa de la belleza divina⁵.

Luego de esta reseña *-en demasía breve-* es apropiado recordar ciertas inflexiones conceptuales que configuran una pasarela hacia el Número interior: la Armonía no

difiere de aquella pasión que es *the Love of Numbers*⁶. Este amor cincela una belleza de la mente cuyo efecto es disipar toda distancia entre lo visible y lo invisible: *what we most admir'd even in turn of outward Features, was but a mysterious Expression, and a kind of shadow of something inward in the Temper*⁷. A tal extremo esta reciprocidad asienta sus reales que la carencia de *Eye or Ear for these interior Numbers* impide *to judge better of that exterior Proportion and Symmetry of Composition*⁸.

3

Quisiera comentar algunos pasajes de la Apología de G.H. Hardy y luego rastrear acepciones de la expresión *inward number* en tres instancias peculiares. Sólo en el primer caso indicaré de modo explícito su ocurrencia. Tales indicios determinan el giro peculiar de la matemática.

A

(i) *A mathematician, like a painter or a poet, is a maker of patterns*⁹.

En castellano el vocablo *forma* comprende el eco múltiple de la palabra *pattern*. Esta versión indica la vena de la glosa dispuesta en los intervalos entre una y otra cita.

A mayor abundamiento:

*The ideas, like the colours or the words, must fit together in a harmonious way*¹⁰.

La aparición de “las ideas” afianza la opción verbal mencionada. Al respecto Hardy establece una relación entre el significado y la importancia de tales formas: una idea es significativa cuando enlaza una amplia gama de otros modelos matemáticos. Las consecuencias o aplicaciones de un resultado sólo dan muestras de su relevancia.

Por ello:

*A chess problem is unimportant*¹¹.

El Apéndice atiende al significado de este lacónico aserto. Prosigamos:

*I believe that mathematical reality lies outside us*¹².

Lo cual es cierto. Mas la complejidad de *este juego* proviene, en parte, de la desaparición de toda frontera definida y definitiva entre “adentro” y “afuera”.

Los axiomas viven en virtud de la vivacidad, fuerza y alcance de los teoremas y estos últimos, investidos de evidencia, adquieren un carácter inevitable al ser demostrados con todas las de la ley.

Dicha reciprocidad comparece, sin querer, en la afirmación:

*Mathematics is not a contemplative but a creative subject*¹³ ...

Esta disyuntiva simplifica y por tanto empobrece el horizonte. No es pertinente separar la contemplación del acto creativo como si pertenecieran a comarcas diversas. La conclusión de la frase de Hardy:

*... no one can draw much consolation from it when he has lost the power or the desire to create*¹⁴.

excede el tema considerado y se refiere de soslayo al drama de su propia existencia.

(ii) Sea el teorema: “La serie de los números primos es ilimitada”. La prueba de Euclides puede así resumirse¹⁵:

- Los números primos 2, 3, 5, 7, 11, ... no pueden descomponerse en factores menores. Los números primos son la materia prima con la cual se constituye, mediante multiplicación, a todos los números. Todo número es divisible por un primo, al menos.
- Se trata de mostrar que hay infinitos números primos. Supóngase que tal no acontezca y que P sea el mayor de los primos.
- Se define el número Q del siguiente modo:

$$Q = (2 \cdot 3 \cdot 5 \cdots P) + 1$$

salta a la vista que Q no es divisible por 2, 3, 5, ..., P . Si Q no es primo ha de ser divisible por algún número primo mayor que P .

- Lo cual contradice la hipótesis: P es el mayor de los primos. Por ende la hipótesis es falsa.

Este tipo de argumento se denomina *reductio ad absurdum*.

Olvídese por un instante la red de posibles relaciones dentro de la cual la proposición adquiere toda su resonancia. Volvamos a nuestra única pregunta: ¿dónde aparece el *inward number*?

Arriesgo esta respuesta: en la idea que sustenta a la demostración, verbigracia en la definición de Q .

B

Incluiré un breve atisbo de la teoría de los invariantes¹⁶. Al reverso de algunas postales, casi a fuer de advertencia, se lee: vista parcial. Esta expresión adquiere ahora la dignidad de un título.

He aquí tres clases de funciones $-f_s, f_a, f_c$ - definidas por las ecuaciones:

- $f_s(x_1, x_2, x_3) = f_s(x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3})$, para toda permutación de los índices $(1, 2, 3) \rightarrow (i_1, i_2, i_3)$.
- $f_a(x_1, x_2, x_3) = \pm f_a(x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3})$. El signo depende de la paridad de la permutación.
- $f_c(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, x_2, x_3) + f(x_3, x_1, x_2) + f(x_2, x_3, x_1) = 0$.

Toda función de tres variables puede escribirse sólo de una manera mediante la suma

$$f(x_1, x_2, x_3) = f_s + f_a + f_c$$

Sin especificar detalles, es dable señalar que para semejante propósito, toda función de cuatro variables requiere de cinco funciones.

En general toda función de n variables $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ puede expresarse de modo único como suma de $p(n)$ funciones. Aquí $p(n)$ representa el número de particiones del entero n . {Nótese que $p(2) = 2$; $p(3) = 3$; $p(4) = 5$; $p(5) = 7$ etc.}

Por otra parte $p(n)$ corresponde al número de clases y de representaciones irreducibles del grupo S_n que gobierna a las $n!$ permutaciones de n elementos.

A través de este esbozo se vislumbra la concordancia de variados tópicos matemáticos -propiedades de las funciones, grupos finitos, particiones de un entero- reunidos en y por el concepto de simetría. Tal posibilidad de crear lazos entre zonas

alejadas entre sí es propia de esa dinámica -infinita- cobijada en el seno mismo de la mathesis.

C

Andreas Speiser¹⁷ advierte que no cabe discernir entre el pensamiento y las leyes que lo rigen: son una y la misma cosa. Séame permitido un comentario: esta vertiente platónica es el santo y seña de la mayoría de los matemáticos. Los cuales suelen no reparar en ello, distraídos por su propio quehacer. Por otra parte, el scholar suizo distingue, sin matices, entre deducción lógica e idea matemática. A tal efecto echa mano de un ejemplo cuya simplicidad reviste rasgos de evidencia: para probar que la suma de los ángulos de un triángulo es 180 grados, basta trazar por un vértice una paralela al lado opuesto.

El hallazgo reside en este paso crucial. La minucia de la demostración no ofrece la menor dificultad. Ahora bien, esta *construcción acertada* ilumina todo su entorno pues conforma una consideración conceptual. Idear análogo procedimiento requiere, a menudo, años de tensión y atención. Una fuerza arraigada en sí misma encamina la búsqueda que *da en el blanco*.

Apéndice

- Hoy en día el concepto de *belleza intelectual* no es moneda corriente. H. Osborne¹⁸ describe algunas de sus características centrándose en el ajedrez. En primer término alude a ciertos criterios, enunciados por F. Le Lionnais, que confieren belleza a aquél. Condensó aquí estos alcances: una hermosa jugada es inesperada y contiene un número apreciable de combinaciones diferentes. A su vez, cada combinación ha de regirse por un principio de máxima economía, es decir reunir brevedad y eficacia. Por último, es menester que el juego, en su totalidad, revele riesgo y unidad lógica.
- Vladimir Nabokov¹⁹ compuso un libro titulado *Poems and Problems*. El volumen se divide en tres secciones. Las dos primeras recogen poemas escritos en ruso y en inglés. La última está dedicada a 18 problemas de ajedrez, contruidos por el escritor. A su parecer, estos acertijos lúdicos exigen virtudes tales como originalidad, inventiva, concisión, armonía, complejidad y una magnífica falta de sinceridad (Esta característica final lleva el sello de su autor). Nabokov piensa que los rasgos señalados son propios del arte en cuanto tal. Los problemas son la poesía del ajedrez encarnada en movimientos de marfil y de ébano.
- Hardy²⁰, por su parte, piensa que un problema de ajedrez recoge un conjunto de ideas ingeniosas pero limitadas. En nada pone en juego la raíz más profunda de nuestro pensamiento. La matemática es de otra índole.

Notas y Referencias

- ¹ Shaftesbury, *Characteristics of Men, Manners, Opinions, Times*, 3 Volumes (First edition, London: J. Darby, jr., 1711; rep. Georg Olms, Hildesheim, 1978). Vol 1, p. 290.
- ² Shaftesbury, Op. Cit., Vol. 1, pp. 169-171; pp. 297-298; p. 343. Vol. II, p. 28.
- ³ Shaftesbury, Op. Cit., Vol. III, pp. 30-31; p. 305.
- ⁴ Shaftesbury, Op. Cit., Vol. II, p. 405.
- ⁵ Shaftesbury, Op. Cit., Vol. II, pp.400-415; Vol. III p. 180.
- ⁶ Shaftesbury, Op. Cit., Vol. I, p. 136.
- ⁷ Shaftesbury, Op. Cit., Vol. I, p. 138.
- ⁸ Shaftesbury, Op. Cit., Vol. I, p. 336.
- ⁹ G.H. Hardy, *A mathematician's apology*, with a foreword by C.P. Snow; Cambridge University Press, 2000; p. 123.
- ¹⁰ Hardy, Op. Cit., p. 85.
- ¹¹ Hardy, Op. Cit., p. 88.
- ¹² Hardy, Op. Cit., p. 123.
- ¹³ Hardy, Op. Cit., p. 143.
- ¹⁴ *ibid.*
- ¹⁵ Hardy, Op. Cit., pp. 92-94.
- ¹⁶ Gian-Carlo Rota, "Two turning points in invariant theory", *The Mathematical Intelligencer* 21, 1999, pp. 20-27.
- ¹⁷ A. Speiser, *Die Geistige Arbeit*, pp. 198-199 (pasajes citados en: P. Radelet – de Grave "Andreas Speiser (1885-1970) et Herman Weyl (1885-1955), Scientifiques, historiens et philosophes des Sciences", *Revue Philosophique de Louvain* 94, 1996, pp. 502-535.

¹⁸ H. Osborne, “Notes on the aesthetics of chess and the concept of intellectual beauty”,
British Journal of Aesthetics 4, 1964, pp. 160-163.

¹⁹ V. Nabokov, Poèmes et Problèmes, traduction du russe et de l’anglais par H. Henry,
Gallimard 1999 (ed. original: Poems and Problems, 1970).

²⁰ G.H. Hardy, Op. Cit., p. 99.

Agradecimientos

Esta investigación ha sido financiada en parte por Fondecyt (proyecto N° 1050424).